Chapitre 11 : Parallélogramme

Professeur : Ismail OUDAHA

Plan de cours

1. Définitions et vocabulaire

2. Propriétés

I - Définitions et vocabulaire :

I - Définitions et vocabulaire :

Activité :

I - Définitions et vocabulaire :

Activité :

1. Placer trois points non alignés A, B et C.
2. Tracer les droites (AB) et (BC).
3. Tracer la droite passante par C et parallèle à (AB).
4. Tracer la droite passante par A et parallèle à (BC).
5. Nommer D le point d'intersection des deux droites.
6. Tracer le quadrilatère $ABCD$.
7. On dit que le quadrilatère obtenu est un parallélogramme. Proposer une définition d'un parallélogramme ?

Définition :

Définition :

Un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux est un parallélogramme.

Définition :

Un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux est un parallélogramme.

Exemple :

Définition :

Un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux est un parallélogramme.

Exemple :

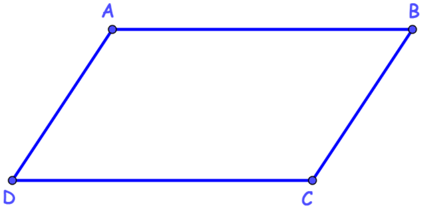
Soit $ABCD$ un parallélogramme :

Définition :

Un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux est un parallélogramme.

Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme :

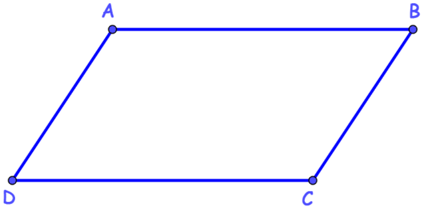


Définition :

Un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux est un parallélogramme.

Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme :



On a : $(AB) \mathbin{//} (CD)$ et $(AD) \mathbin{//} (BC)$

Propriété :

Propriété :

Un parallélogramme possède un centre de symétrie qui est l'intersection des diagonales.

Propriété :

Un parallélogramme possède un centre de symétrie qui est l'intersection des diagonales.

Exemple :

Propriété :

Un parallélogramme possède un centre de symétrie qui est l'intersection des diagonales.

Exemple :

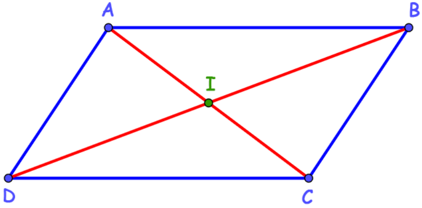
Soit $ABCD$ un parallélogramme :

Propriété :

Un parallélogramme possède un centre de symétrie qui est l'intersection des diagonales.

Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme :

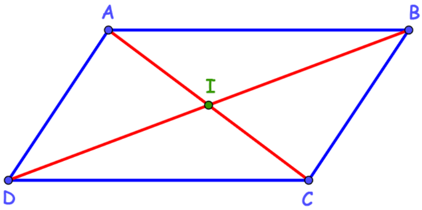


Propriété :

Un parallélogramme possède un centre de symétrie qui est l'intersection des diagonales.

Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme :



I est le centre de symétrie de parallélogramme $ABCD$.

Application :

Application :

Soit EFG un triangle quelconque.
(D) la parallèle à (EF) passante par G.
(D') la parallèle à (FG) passante par E.
(D) et (D') se coupent en K.

1. Construire une figure convenable.
2. Quelle est la nature du quadrilatère $EFGK$? Justifier ?

II- Propriétés :

II- Propriétés :

1) Propriétés des diagonales :

II- Propriétés :

1) Propriétés des diagonales :

Activité :

II- Propriétés :

1) Propriétés des diagonales :

Activité :

On considère le figure ci-dessous :

1. Construire A' le symétrique de A par rapport à I.
2. Construire B' le symétrique de B par rapport à I.
3. Tracer le quadrilatère $ABA'B'$.
4. Le quadrilatère $ABA'B'$ qui a un centre de symétrie I. Quel est sa nature ?
5. Énoncer une propriété qui semble vraie : "Si un quadrilatère qui a un parallélogramme, alors ses diagonales .... "
6. Énoncer la propriété réciproque.

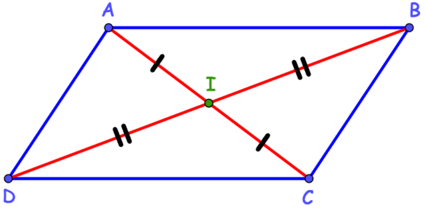
Propriété 1 :

Propriété 1 :

Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

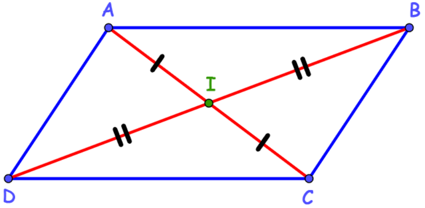
Propriété 1 :

Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.



Propriété 1 :

Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.



$ABCD$ un parallélogramme, alors $[AC]$ et $[BD]$ ont même milieu I.

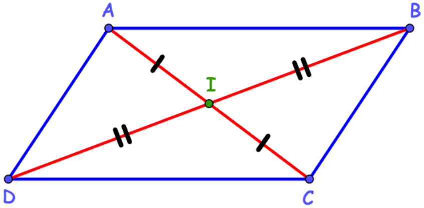
Propriété 2 : (Réciproque)

Propriété 2 : (Réciproque)

Un quadrilatère non croisé dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.

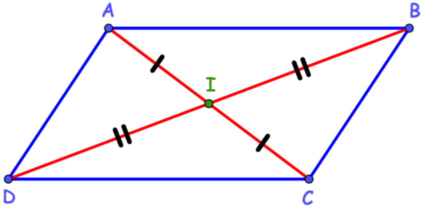
Propriété 2 : (Réciproque)

Un quadrilatère non croisé dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.



Propriété 2 : (Réciproque)

Un quadrilatère non croisé dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.



$[AC]$ et $[BD]$ se coupent en leur milieu et $ABCD$ est un quadrilatère non croisé alors $ABCD$ est un parallélogramme.

Application :

Application :

$(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ sont deux cercles de même centre O.

$[KL]$ est un diamètre du cercle $(\mathcal{C})$ et $[MN]$ est un diamètre du cercle $(\mathcal{C}')$.

1. Construire une figure convenable.
2. Montrer que $KMLN$ est un parallélogramme.

2) Propriétés des cotés opposés :

2) Propriétés des cotés opposés :

Activité :

2) Propriétés des cotés opposés :

Activité :

1. Construire un parallélogramme $EFGK$ de centre O. (tracer les diagonales en pointillés).

2. Compléter :
   - Le symétrique du segment $[EK]$ par rapport à O est ....
   - Le symétrique du segment $[EF]$ par rapport à O est ....
   - Le symétrique du segment $[FG]$ par rapport à O est ....
   - Le symétrique du segment $[GK]$ par rapport à O est ....
   - Lors d'une symétrie centrale, si deux segments sont symétriques par rapport à un point alors ....

3. Que peut-on déduire ?

Propriété 1 :

Propriété 1 :

les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur.

Propriété 1 :

les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur.

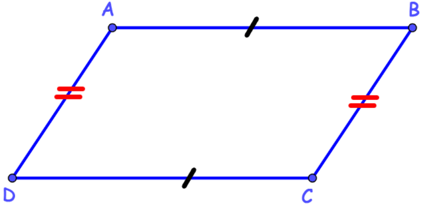
Exemple :

Propriété 1 :

les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur.

Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme :

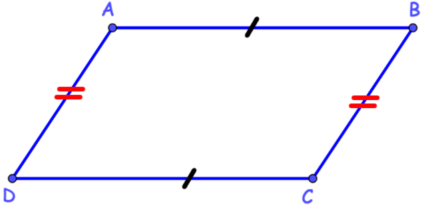


Propriété 1 :

les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur.

Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme :



On a : $AB = DC$ *et* $AD = BC$

Propriété 2 : (Réciproque)

Propriété 2 : (Réciproque)

Un quadrilatère non croisé dont les côtés opposés ont la même longueur est un parallélogramme.

Propriété 2 : (Réciproque)

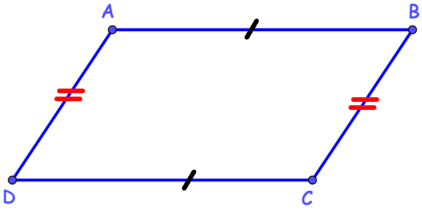
Un quadrilatère non croisé dont les côtés opposés ont la même longueur est un parallélogramme.

Exemple :

Propriété 2 : (Réciproque)

Un quadrilatère non croisé dont les côtés opposés ont la même longueur est un parallélogramme.

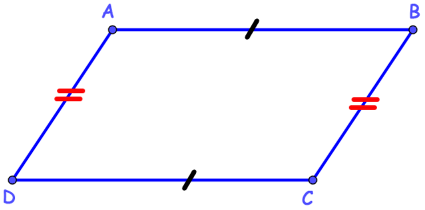
Exemple :



Propriété 2 : (Réciproque)

Un quadrilatère non croisé dont les côtés opposés ont la même longueur est un parallélogramme.

Exemple :



Si : $AB = CD$ et $AD = BC$, alors $ABCD$ est un parallélogramme.

Application :

Application :

Soit $ABCD$ un parallélogramme tel que :

$$AD = 4\,cm \quad et \quad DC = 6\,cm$$

.

1. Construire une figure convenable.
2. En justifiant votre réponse, déterminer la longueur des segment $[AB]$ et $[BC]$.

3) Propriétés des angles opposés :

3) Propriétés des angles opposés :

Activité :

3) Propriétés des angles opposés :

Activité :

1. Construire un parallélogramme $EFGK$ de centre O. (tracer les diagonales en pointillés).

2. Compléter :
   - Le symétrique de l'angle $K\widehat{E}F$ par rapport à O est ....
   - Le symétrique de l'angle $E\widehat{K}G$ par rapport à O est ....
   - Lors d'une symétrie centrale, si deux angles sont symétriques par rapport à un point alors ces deux angles ont ....

3. Que peut-on déduire ?

Propriété 1 :

Propriété 1 :

Les angles opposés d'un parallélogramme ont la même mesure.

Propriété 1 :

Les angles opposés d'un parallélogramme ont la même mesure.

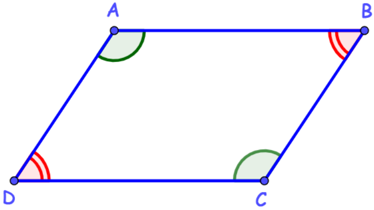
Exemple :

Propriété 1 :

Les angles opposés d'un parallélogramme ont la même mesure.

Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme :

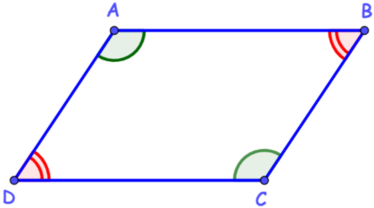


Propriété 1 :

Les angles opposés d'un parallélogramme ont la même mesure.

Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme :



On a : $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ *et* $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$

Propriété 2 : (Réciproque)

Propriété 2 : (Réciproque)

Un quadrilatère non croisé dont les angles opposés sont de même mesure est un parallélogramme.

Propriété 2 : (Réciproque)

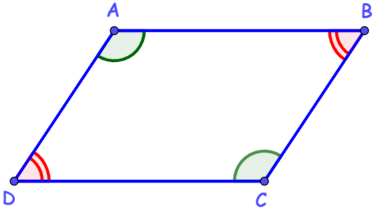
Un quadrilatère non croisé dont les angles opposés sont de même mesure est un parallélogramme.

Exemple :

Propriété 2 : (Réciproque)

Un quadrilatère non croisé dont les angles opposés sont de même mesure est un parallélogramme.

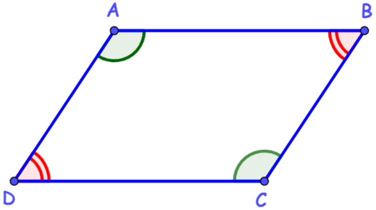
Exemple :



Propriété 2 : (Réciproque)

Un quadrilatère non croisé dont les angles opposés sont de même mesure est un parallélogramme.

Exemple :



Si : $A\widehat{B}C = A\widehat{D}C$ *et* $B\widehat{A}D = B\widehat{C}D$ et $ABCD$ un quadrilatère non croisé alors $ABCD$ est un parallélogramme.

4) Propriétés des angles consécutifs :

4) Propriétés des angles consécutifs :

Propriété

Dans un parallélogramme, les angles consécutifs sont supplémentaires (la somme de leurs mesures égale 180°).

4) Propriétés des angles consécutifs :

Propriété

Dans un parallélogramme, les angles consécutifs sont supplémentaires (la somme de leurs mesures égale 180°).

Exemple :

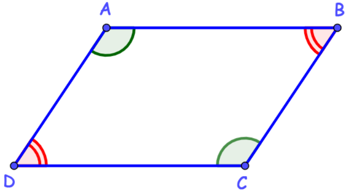
4) Propriétés des angles consécutifs :

Propriété

Dans un parallélogramme, les angles consécutifs sont supplémentaires (la somme de leurs mesures égale 180°).

Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme



On a :

$$\widehat{ABC} + \widehat{BCD} = 180^\circ \quad ; \quad \widehat{BCD} + \widehat{CDA} = 180^\circ$$

$$\widehat{CDA} + \widehat{DAB} = 180^\circ \quad ; \quad \widehat{DAB} + \widehat{ABC} = 180^\circ$$

Application :

Application :

Soit $EFGH$ un parallélogramme tel que :

$$E\widehat{F}G = 70^\circ \quad ; \quad F\widehat{G}H = 110^\circ$$

1. Construire une figure convenable.
2. En justifiant votre réponse, déterminer la mesure des angles $E\widehat{H}G$ et $F\widehat{E}H$.